

Barem orientativ de evaluare
Examenul de bacalaureat național 2022
Matematică M_șt.-naturii

Test de antrenament T2 25.01.2022

Subiectul I**(30 puncte)**

1.	$x^2 \leq 4$ $x \in [-2, 2]$ $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	2p 1p 2p
2.	$\log_3 4^3 - \log_3 2^6 = \log_3 2^6 - \log_3 2^6$ Rezultat 0	3p 2p
3.	$P = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ Cazurile posibile 5. Finalizare $\frac{5}{900} = \frac{1}{180}$.	2p 2p 1p
4.	Utilizând $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ ecuația devine $n^2 - n - 6 = 0$ $n = -2$ și $n = 3$ Soluția număr întreg este $n = 3$	 3p 2p 1p
5.	Coordonatele mijlocului unui segment AB sunt $M(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2})$ Ecuația devine $m^2 = 25$ Soluțiile ecuației sunt -5 și 5.	2p 1p 2p
6.	$A_{MNP} = \frac{MN \cdot NP \cdot \sin n}{2}$ $A_{MNP} = \frac{8 \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ}{2}$ $A_{MNP} = 4$	2p 1p 2p

Subiectul II**(30 puncte)**

1.	a) $D(5) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 5 & 25 \end{vmatrix} =$ $= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 24 \end{vmatrix} = 12$	1p 4p
	b) $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & x & x^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & x-1 & x^2-1 \end{vmatrix} = x^2 - 1 - 3(x-1) =$ $= x^2 - 3 \cdot x + 2 = 0$ $x = 1, x = 2$	3p 2p
	c) $D(2^x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2^x & 2^{2x} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2^x-1 & 2^{2x}-1 \end{vmatrix} = 2^{2x} - 1 - 3(2^x - 1) =$ $= 2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$ $2^x = 1, 2^x = 2$	3p

	$x=0, x=1$ a) Asociativitatea $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z) (\forall) x, y, z \in \mathbb{Z}$ $(x \circ y) \circ z = ((x-3)(y-3) + 3) \circ z = ((x-3)(y-3) - 3 + 3)(z-3) + 3 =$ $= (x-3)(y-3)(z-3) + 3$ $x \circ (y \circ z) = x \circ ((y-3)(z-3) + 3) = (x-3)((y-3)(z-3) - 3 + 3) + 3 =$ $= (x-3)(y-3)(z-3) + 3$ Unde $x \circ y = (x-3)(y-3) + 3$ $\Rightarrow (x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z) (\forall) x, y, z \in \mathbb{Z}$	2p
	b) $(x * x) \circ x = (2x-3) \circ x$ $(x * x) \circ x = (2x-3) \circ x = (2x-3-3)(x-3) + 3 = 2(x-3)^2 + 3 = 11$ $(x-3)^2 = 4$ $x=5, x=1 \in \mathbb{Z}$	1p 1p 1p 2p
	c) $\begin{cases} x-3+y-3=2 \\ (x-y)4-3(x-y)-12+12=10 \\ \begin{cases} x+y=8 \\ x-y=10 \end{cases} \\ x=9, y=-1 \in \mathbb{Z} \end{cases}$	2p 1p 2p
Subiectul III		(30 puncte)
1.	a) Pentru $x \in (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$ f este continuă $f(1-0) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = \frac{1}{e} \cdot e - 1 = 0$ $f(1) = \frac{1}{e} \cdot e - 1 = 0$ $f(1+0) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = \ln 1 = 0 \Rightarrow f \text{ este continuă în } x=1$ $\Rightarrow f \text{ este continuă pe } \mathbb{R}$	1p 3p 1p
	b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ $y = -1$ <i>asimptotă orizontală la $-\infty$.</i> $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ f nu admite asimptotă orizontală la $+\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ f nu admite asimptotă oblică la $+\infty$	3p 1p 1p
	c) $f'(x) = \frac{1}{x}, f$ este derivabilă pe $(1, +\infty)$. $f''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0, x \in (1, +\infty)$ De unde, f' este strict descrescătoare pe $(1, +\infty)$	2p 2p 1p
2.	a) $\int_1^4 \frac{1}{4} \ln x dx = \int_1^4 \frac{1}{4} x' \ln x dx =$ $= \frac{1}{4} x \ln x \Big _1^4 - \frac{1}{4} \int_1^4 x \cdot \frac{1}{x} dx = 2 \ln 2 - \frac{x}{4} \Big _1^4 = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$	3p 2p

	$I_1 = \int_0^1 \frac{x}{1+x+x^2} dx =$ $= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{2x+1-1}{1+x+x^2} dx = \frac{1}{2} \left(\int_0^1 \frac{2x+1}{1+x+x^2} dx - \int_0^1 \frac{1}{1+x+x^2} dx \right)$ $= \frac{1}{2} \cdot \ln(1+x+x^2) \Big _0^1 - \frac{1}{2} \cdot I_0$ Finalizare	
	b) $\int_1^e g(x) dx = \int_1^e \frac{\sqrt{x}+1}{x} dx =$ $\int_1^e \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right) dx = (2\sqrt{x} + \ln x) \Big _1^e = 2\sqrt{e} - 1$	2p 3p
	c) $\int_1^e f(x)g(x^2)dx = \int_1^e \ln x \cdot \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx =$ $\int_1^e \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \ln x dx = \int_1^e \left(\frac{2}{3} \sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} \right)' \ln x dx = \left(\frac{2}{3} \sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} \right) \ln x \Big _1^e -$ $-\int_1^e \left(\frac{2}{3} \sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} \right) \frac{1}{x} dx = \frac{2}{3} \sqrt{e^3} + 2\sqrt{e} - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x} + 2 \cdot 2\sqrt{x} \right) \Big _1^e =$ $= \frac{2}{3} \sqrt{e^3} + 2\sqrt{e} - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} e^2 \sqrt{e} + 2 \cdot 2\sqrt{e} - \frac{64}{15} \right)$	1p 2p 1p